

Autor

Dr. Gernot Weber

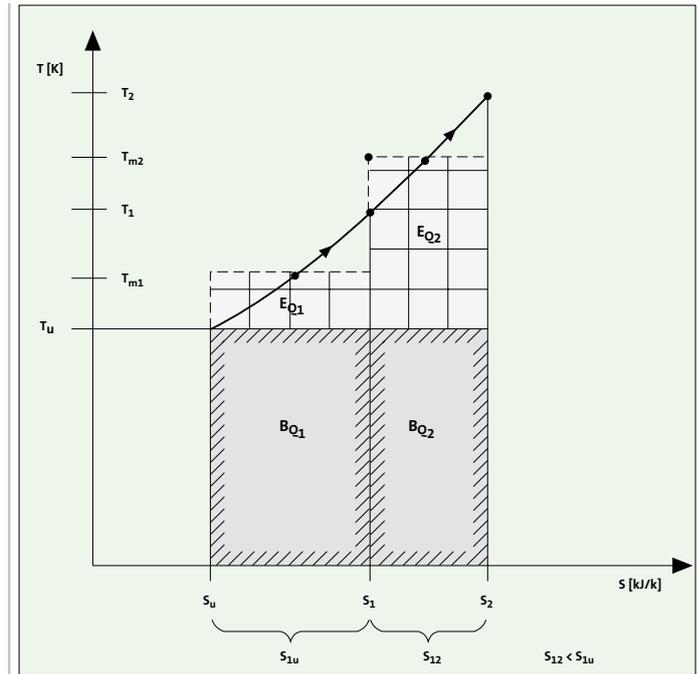
Energie-Gebäudetechnik,
63801 Kleinostheim

Bild 1: T,s-Diagramm zum vorgestellten Beispiel

Die Vernetzung der Energie mit Entropie und Exergie

Die Thermodynamik wird allgemein als eines der schwierigsten Wissensgebiete angesehen. Dies mag vor allem an den Schwierigkeiten liegen, an den oft sehr kompliziert dargestellten Zusammenhängen zwischen beispielsweise den Begriffen „Energie-Entropie-Exergie“ in der Fachliteratur. Im Nachfolgenden wird versucht, diese Zusammenhänge dem (naturwissenschaftlichen vorgebildeten) technisch interessierten Leser verständlich nahezubringen.

Zitat: „Niemand weiß so genau wie Quantenmechanik funktioniert, und niemand weiß, was Energie ist.“

Richard Feynman (1918 bis 1988, Nobelpreisträger für Physik)

Es gibt eine Erfahrung, die jeder macht: „Es gibt in der Natur und in der Technik keinen Prozess der sich vollständig rückgängig machen lässt“ oder „Alle natürlichen (wirklichen) Prozesse sind irreversibel (nicht umkehrbar)“. Daraus kann man umgekehrt folgern: „Reversible (umkehrbare) Prozesse sind idealisiert jene, an denen man die Güte der irreversiblen Prozesse der technischen Anlagen und ihrer Komponenten bewerten kann.“

Während sich die Energieform „Arbeit“ (mechanisch, potentielle, kinetische, elektrische Arbeit) vollständig in die Energieform „Wärme“ umwandeln lässt, lässt sich diese „Wärme“ niemals ganz in „Arbeit“ umwandeln (oder nach Max Planck: „Alle Prozesse, bei denen Reibung auftritt, sind irreversibel“).

Die Umwandlung dieser beschränkt umwandelbaren Energieform „Wärme“ wird von der „Umgebung“ mit der Umgebungstemperatur

T_u beeinflusst. Diese bei einem technischen Prozess auftretende „Umgebung“ als „Bezugssystem“ ist die „irdische Atmosphäre“; denn sie nimmt an den Energieumwandlungsprozessen auf der Erde als ein großer Energiespeicher teil, der Energie aufnehmen oder abgeben kann, ohne seinen intensiven Zustand zu verändern.

Würde sich die in der Umgebung gespeicherte (i.M. global ca. +15 °C = 288 K) Wärme in „Nutzarbeit“ umwandeln lassen, so wäre dies die ideale Energiequelle und es gäbe für die Menschheit keine Energieprobleme mehr.

Alle wirklichen Prozesse die „anfangs“ eine höhere Temperatur und einen höheren Druck als die Umgebung haben, streben nur in eine Richtung, nämlich zum thermischen und mechanischen Gleichgewicht mit der Umgebung.

Eine andere Richtung ist nie beobachtet worden. Eine Umkehr ist nicht möglich und die „innere Energie“ der Umgebung ist nicht in „Nutzarbeit“ zu verwandeln.

Aber alle technischen Prozesse die das menschliche Leben möglich

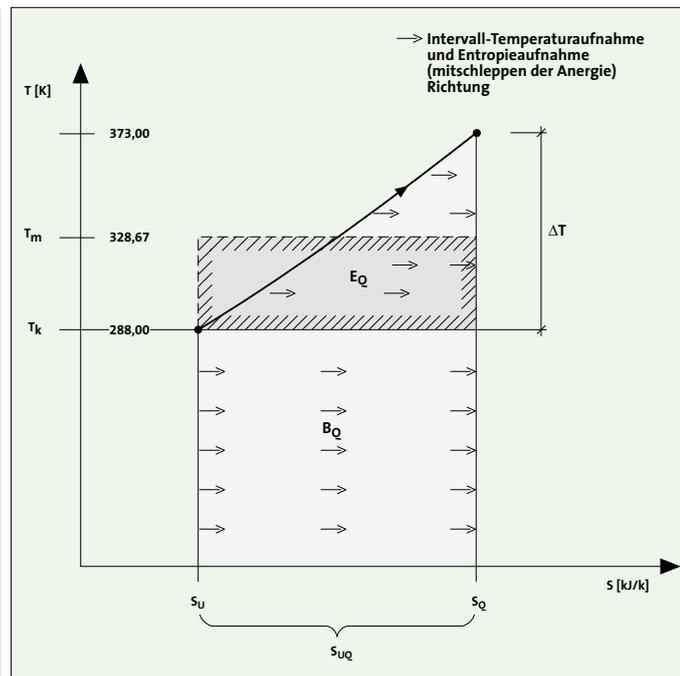


Bild 2: Darstellung des Aufheizvorgangs

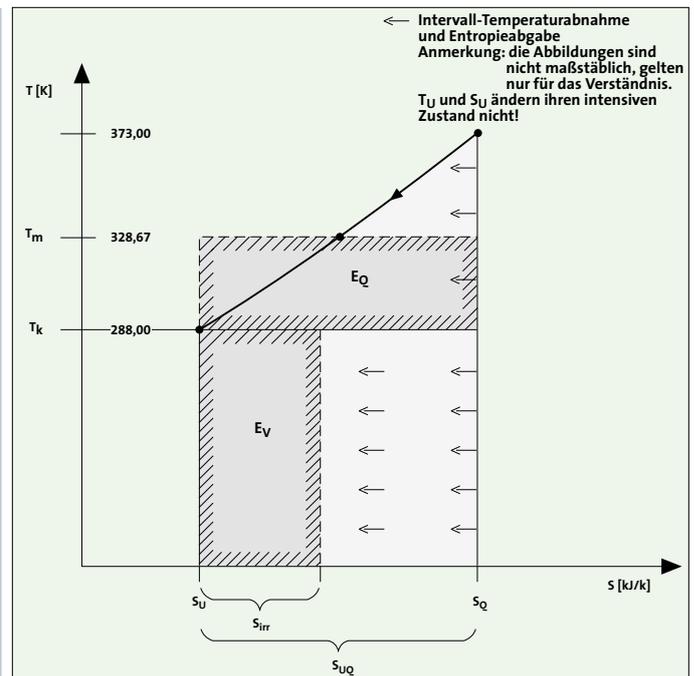


Bild 3: Darstellung des Abkühlvorgangs

machen, wie das Heizen, Kühlen, Produzieren, die Mobilität etc. brauchen keine Energie schlechthin, sondern Nutzarbeit, also die hochwertigere Energieform als die niederwertige Energieform der Umweltenergie.

Beispiel: 1 kg Wasser wird bei konstantem Druck ($dp = 0$) einmal von der Umgebungstemperatur von 20 °C ($T_u = 293\text{ K}$) auf 50 °C ($T_1 = 323\text{ K}$) und einmal von 50 °C auf 80 °C ($T_2 = 353\text{ K}$) erwärmt.

Wie groß ist

- die jeweilige zuzuführende Wärmeenergie?
- wie ist diese zu bewerten?

zu a) Nach dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik (oder allgemein Energiesatz) ist die zuzuführende Wärmemenge Q_i :

$$Q_1 = m \times c_w \times (T_1 - T_u) \quad (1)$$

m = Masse in [kg]

c_w = spezifische Wärmekapazität von Wasser $4,19\text{ kJ/kg K}$

$$Q_1 = 1 \times 4,19 \times (323 - 293)\text{ kJ} = 125,7\text{ kJ}$$

und

$$Q_2 = m \times c_w \times (T_2 - T_1) = 1 \times 4,19 \times (353 - 323)\text{ kJ} = 125,7\text{ kJ}$$

Ergo: $Q_1 = Q_2$

Beide Wärmemengen sind nach dem 1. Hauptsatz gleich!

Denn der 1. Hauptsatz sagt: Keine Energie geht verloren, sondern die Energie wird von einer Energieform in eine andere Energieform um-

gewandelt, d.h. die Energie ist konstant!

Anmerkung: Einleuchtend ist jedoch, dass eine Wärme mit der mittleren Temperatur von

$$tm_2 = \frac{50 + 80\text{ °C}}{2} = 65\text{ °C}$$

höher zu bewerten ist, als eine Wärme mit der mittleren Temperatur von

$$tm_1 = \frac{20 + 50\text{ °C}}{2} = 35\text{ °C}$$

Darüber macht der 1. Hauptsatz keine Aussage.

Anmerkung: die mittlere arithmetische Temperatur tm_1 bzw. tm_2 weicht bei niedrigen Temperaturen etwas von der mittleren thermodynamischen Temperatur T_{m1} bzw. T_{m2} ab, wie anschließend gezeigt wird. In der Thermodynamik wird zudem grundsätzlich mit der Kelvin-Temperatur gerechnet.

Nun rechnet man im oben gezeigten Beispiel anstelle der Temperaturdifferenzen $(T_1 - T_u)$ bzw. $(T_2 - T_1)$ mit der mittleren thermodynamischen Temperatur T_m , so ergibt sich für:

$$Q_1 = m \times c_w \times (T_1 - T_u) = Q_2 = m \times c_w \times (T_2 - T_1) = Q$$

$$Q_1 = T_{m1} \times ? \text{ bzw. } Q_2 = T_{m2} \times ?$$

und es fehlt eine Zustandsgröße. Man führt also eine neue „Zustandsgröße“ ein, die man „Entropie“ (S) nennt und man erhält:

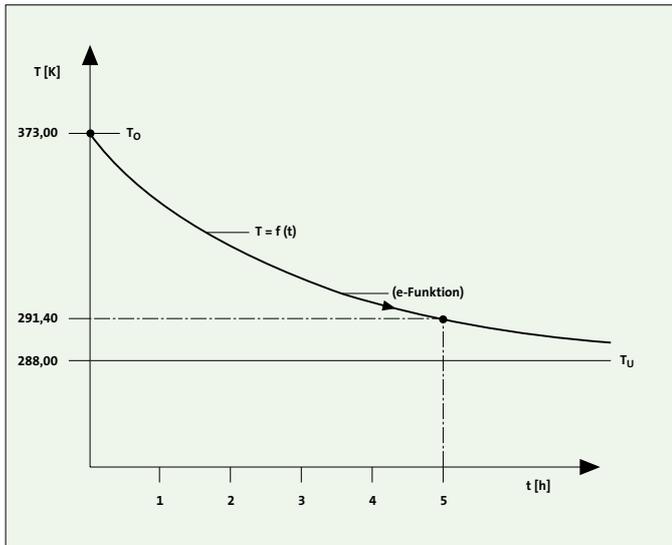
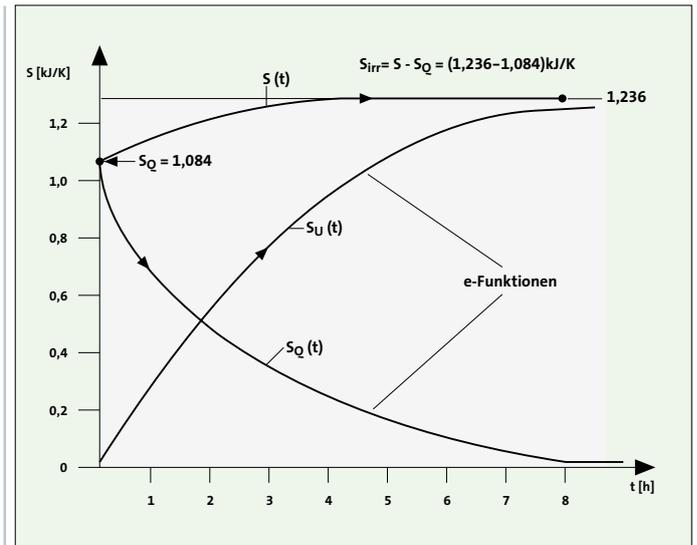


Bild 4: Ermittlung der zeitlichen Änderung der Temperatur

Bild 5: Zeitlicher Verlauf der Umweltentropie S_u , der Wasserentropie S_Q und der Gesamtentropie S

$$Q = m \times c_w \times (T_1 - T_u) = T_{m1} \times (S_1 - S_u)$$

$$= \frac{m \times c_w \times (T_2 - T_1)}{1. \text{ Hauptsatz}} = \frac{T_{m2} \times (S_2 - S_1)}{2. \text{ Hauptsatz}}$$

S_u = Entropie im Umgebungszustand in [KJ/K] (s_u = spezifische Entropie in [KJ/kg K])
 S_1 bzw. S_2 = Entropie im Zustand 1 bzw. 2 in [KJ/K] und als Differentialgleichung:

$$dQ = m \times c_w \times dT = T \times dS \quad (2)$$

und umgestellt:

$$dS = m \times c_w \times \frac{dT}{T}$$

und zwischen Zustand 1 und 2:

$$S_{12} = \int_1^2 m \times c_w \times \frac{dT}{T} = m \times c_w \times \ln T_2/T_1$$

und daraus ergibt sich die thermodynamische Mitteltemperatur:

$$Q = m \times c_w \times (T_2 - T_1) = T_{m2} \times S_{12} = T_{m2} \times m \times c_w \times \ln T_2/T_1$$

Was im Beispiel zu:

$$T_{m2} = 337,78 \text{ K} \quad (t_{m2} = 337,78 \text{ K} - 273 \text{ K} = 64,78 \text{ } ^\circ\text{C})$$

$$T_{m1} = 307,76 \text{ K} \quad (t_{m1} = 307,76 \text{ K} - 273 \text{ K} = 34,76 \text{ } ^\circ\text{C})$$

führt.

Man kann nun mit dem 2. Hauptsatz rechnen wie mit dem 1. Hauptsatz.

Die jeweilige Entropie im Beispiel wird dann zu:

$$S_{1u} = 1 \times 4,19 \times \ln 323/293 \text{ kJ/kg} = Q/T_{m1} = 0,4084 \text{ kJ/K}$$

und

$$S_{12} = 1 \times 4,19 \times \ln 353/323 \text{ kJ/K} = Q/T_{m2} = 0,372 \text{ kJ/K}$$

Jetzt hat man eine Bewertung der Wärmeenergie (die nach dem 1. Hauptsatz gleich ist):

„Je kleiner die Entropie desto hochwertiger ist die Wärme bei der Umwandlung in „technische Arbeitsfähigkeit““.

Denn Arbeit ($p \times dV$ oder $V \times dp$) wie die mechanische, kinetische, potentielle, elektronische, etc. hat keine Entropie (gemäß Bild 1).

$$Q = \underbrace{(T_{m1} - T_u) \times S_{1u}}_{E_{Q1}} + \underbrace{T_u \times S_{1u}}_{B_{Q1}} \quad (3)$$

$$Q = \underbrace{(T_{m2} - T_u) \times S_{12}}_{E_{Q2}} + \underbrace{T_u \times S_{12}}_{B_{Q2}}$$

E_Q = Exergie (technische Arbeitsfähigkeit)

B_Q = Anergie (Umweltenergie)

Nun hat man gemäß dem oben genannten die Aussage

$$\text{Energie} = \text{Exergie} + \text{Anergie} \quad (4)$$

Jede Energie besteht also aus Exergie und Anergie, wobei einer der beiden Anteile auch Null sein kann. Zum Beispiel ist die Anergie = 0, dann ist die Exergie = 100 % = technische Arbeitsfähigkeit (wie E_{pot} , E_{kin} , E_{elekt} , etc.): ist die Exergie = 0 dann ist die Anergie = 100% Umweltwärme (z. B. durch die Sonnenstrahlung erhält die Erde negative Entropie und bis zu 95 % Exergie).

Der Energiebegriff des Energietechnikers deckt sich daher mit dem Exergiebegriff, nicht mit dem Energiebegriff des 1. Hauptsatzes.

Energieverbrauch und Energieverlust sind Begriffe die dem 1. Hauptsatz widersprechen, denn Energie kann nicht verbraucht werden und kann nicht verloren gehen.

Diese Begriffe werden jedoch sinnvoll für die Exergie, die bei allen technischen Prozessen, die alle irreversibel sind, unwiederbringlich in Anergie umgewandelt werden, also so genannte Exergieverluste!

Um nun den Anteil der Exergie in der Wärme zu ermitteln, bedient man sich nachfolgender Ableitung (gemäß Bild 1):

$$E_Q = Q - B_Q = Q - T_u \times \Delta S \text{ mit } \Delta S = Q/T_m \quad (5)$$

$$E_Q = Q - T_u \times Q/T_m; T_m = Q(1 - T_u/T_m) = Q \times \eta_c \text{ mit } \eta_c \text{ als Carnotfaktor}$$

In unserem Beispiel ist der Exergieanteil:

$$E_{Q1} = \eta_{c1} \times Q_1 = 125,7 \times (1 - 293/307,76) \text{ kJ} = 6,03 \text{ kJ} \text{ und}$$

$$E_{Q2} = \eta_{c2} \times Q_2 = 125,7 \times (1 - 293/337,78) \text{ kJ} = 16,66 \text{ kJ}$$

und der Anergieanteil:

$$B_{Q1} = T_u \times S_{1u} = 293 \times 0,4084 \text{ kJ} = 119,66 \text{ kJ}$$

$$B_{Q2} = T_u \times S_{12} = 293 \times 0,3721 \text{ kJ} = 106,03 \text{ kJ}$$

oder: $B_Q = Q - E_Q$

Zu bedenken ist jedoch, dass Q_2 von einer höheren Anfangstemperatur begonnen hat, d.h. von einer Anfangsexergie ausging.

Beispiel: Aufheizen einer Flüssigkeit mit $c_f = 1,0 \text{ kJ/kg K}$, $dp = 0$

a) einmal von $T_u = 300 \text{ K}$ auf $T_1 = 600 \text{ K}$

und

b) einmal von $T_1 = 600 \text{ K}$ auf $T_2 = 900 \text{ K}$

Welche spezifische Entropie und welche spezifische Exergie treten je auf?

zu a) $s_{1u} = 1,0 \times \ln 600/300 \text{ kJ/kg K} = 0,693 \text{ kJ/kg K}$

bei $q = c_f \times (T_1 - T_u) = 1,0 \times 300 \text{ kJ/kg} = 300 \text{ kJ/kg}$

$e_{q1} = 300 (1 - 300/432,8) \text{ kJ/kg} = 92 \text{ kJ/kg}$, also 31 % Exergie

zu b) $s_{12} = 1,0 \times \ln 900/600 \text{ kJ/kg K} = 0,406 \text{ kJ/kg K}$

$e_{q2} = 300 (1 - 300/740) \text{ kJ/kg} = 178,4 \text{ kJ/kg}$, also 60 % Exergie

Bei gleicher Wärmemenge ist die Exergie größer, je kleiner die Entropie ist!

In der Technik – die vorwiegend als „offene Systeme“ behandelt werden – wird eine Masse m von Zustand 1 (mit p_1) zum Zustand 2 (mit p_2) transportiert. Dafür wird die Druckdifferenz ($p_1 - p_2$) benötigt um die Reibung zu überwinden (irreversibler Prozess) so dass der 1. Hauptsatz für Strömungs- oder Fließprozesse (stationär)

$$q + \int_1^2 v \times dp = h_2 - h_1 \quad (6)$$

ist.

h = spezifische Enthalpie in kJ/kg = Wärme q + Verschiebearbeit $v \times dp$

Anmerkung für die Praxis: bei flüssigen Fluiden ist $v = \text{const.}$ d.h.

$$h_2 - h_1 = q + v \times (p_1 - p_2);$$

und die Entropie hängt nur von der Temperatur ab:

$$s_{12} = \int_{T_1}^{T_2} c_f \times dT/T = c_f \times \ln T_2/T_1 \quad (7)$$

bei gasförmigen Fluiden ist $v \neq \text{const.}$ und die spezifische Entropie

$$s_{12} = c_p \times \ln T_2/T_1 - R \times \ln P_2/P_1 \quad (8)$$

R = Gaskonstante

Beispiel:

a) Welche Exergie muss man 1 kg Wasser von $T_u = 15^\circ \text{C}$ auf $T = 100^\circ \text{C}$ zuführen

($c_w = 4,19 \text{ kJ/kg K}$, $dp = 0$) und wie groß die die Entropieproduktion bei dem Aufheizvorgang?

b) Welcher Exergieverlust (= Arbeitsverlust) tritt auf, wenn das Wasser

(siedend) auf $T_u = 15^\circ \text{C}$ wieder abkühlt und welche Entropieproduktion bei dem Abkühlvorgang?

c) Welche zeitliche Änderung (k -Wert: $k \times A = 0,75 \text{ W/K}$ der diathermen Wand) der Wassertemperatur T , der Entropie vom Wasser und der Umgebung bei der Abkühlung?

zu a) Mit der bei dem Temperaturintervall (siehe Bild 2) aufgenommene Wärmemenge dQ nimmt das Arbeitsmedium Wasser die Entropie

$$dS_Q = dQ/T_m \text{ auf als Entropieproduktion}$$

$$Q_{zu} = m \times c_w \times (T - T_u) = 1,0 \times 4,19 (373 - 288) \text{ kJ} = 356,15 \text{ kJ}$$

$$S_{ua} = m \times c_w \times \ln T/T_u = 1,0 \times 4,19 \times \ln 373/288 \text{ kJ/K} = 1,084 \text{ kJ/K}$$

$$= Q/T_m = 356,15/328,67 \text{ kJ/K} = 1,084 \text{ kJ/K}$$

$$E_Q = m \times c_w \times (T - T_u) - T_u (S_Q - S_u) = (1,0 \times 4,19 (373 - 288) - 288 \times 1,084) \text{ kJ} = 44 \text{ kJ}$$

$$= Q \times \eta_c = 356,15 (1 - 288/328,67) \text{ kJ} = 44 \text{ kJ}$$

Die Anergie der Wärme ergibt sich aus dem Produkt der Umgebungstemperatur T_u und der mit der zugeführten Wärme dQ transportierten Entropie dS_{uQ} .

zu b) Wird nun die Wärme (siehe Bild 3) in einem Temperaturintervall vom Wasser an die Umgebung wieder abgegeben bzw. der Umgebung zugeführt, so ist die abgegebene Wärme $Q_{ab} = m \times c_w (T - T_u) = Q_{zu} = 356,15 \text{ kJ}$ und die abgegebene Exergie E_Q gleich der zugeführten Exergie bei der Wärmeaufnahme des Wassers.

Nun verwandelt sich wie bei allen irreversiblen Prozessen letztlich die Exergie in Anergie!



Bundesrechnungshof

Möchten auch Sie im Rahmen der **externen Finanzkontrolle** dazu beitragen, dass in der Bundesverwaltung wirtschaftlich verfahren wird? Dann finden Sie bei uns ein geeignetes Aufgabenfeld.

Als unabhängiges Organ der Finanzkontrolle prüft der Bundesrechnungshof die gesamte Haushalts- und Wirtschaftsführung des Bundes und berät den Bundestag, den Bundesrat und die Bundesregierung. Bei seinen Aufgaben wird er durch neun Prüfungsämter unterstützt.

Für das **Prüfungsamt des Bundes München** suchen wir für die Prüfung von Hochbaumaßnahmen des Bundes für den gehobenen technischen Dienst **Ingenieure/-innen (FH/Bachelor)** der Fachrichtung **Hochbau, Bauingenieurwesen** oder **Technische Gebäudeausrüstung** für das Sachgebiet

**„Hochbau“
- Ausschreibung „BRH 2010-0089P“ -**

Weitere Informationen über den Bundesrechnungshof finden Sie im Internet unter www.bundesrechnungshof.de



D.h. im gezeigten Beispiel wird die dem Wasser zugeführten Exergie E_Q bei der Abkühlung ein Exergieverlust $E_V (= \text{Arbeitsverlust})$.

Da nach dem 1. Hauptsatz keine Energie verloren geht und der intensive Umgebungszustand unverändert bleibt, wird der Exergieverlust E_V zu Anergie und zu einer zusätzlichen Entropieproduktion, die man S_{irr} nennt.

$$S_{irr} = E_Q/T_u = E_V/T_u = 44/288 \text{ kJ/K} = 0,153 \text{ kJ/K}$$

$$\text{und } E_V = T_u \times S_{irr} = 288 \times 0,153 \text{ kJ} = 44 \text{ kJ}$$

oder

$$S_{irr} = S_u - S_Q = Q/T_u - Q/T_m = 356,15/288 - 356,15/328,67 = 1,236 - 1,084 = 0,153 \text{ kJ/K}$$

Bei allen wirklichen Prozessen auf der Erde wird Exergie letztlich zur Anergie und der Exergieverlust wird in Entropie umgewandelt und erhöht die Gesamtentropie auf dem Planeten.

D.h. Energie ist mit Entropie und Exergie vernetzt mit dem Bezugssystem der Umgebung.

Diese allgemeinen Zusammenhänge zwischen E_V und S_{irr} zeigt die praktische Bedeutung bei der Planung energietechnischer Anlagen.

Zu c) Zeitliche Änderung der Temperatur (siehe Bild 4):

$$dQ/dt = -\dot{Q} = -k \times A \times (T - T_u)$$

$$dQ = m \times c_w \times dT = -k \times A \times (T - T_u) dt$$

Durch Integration ergibt dies:

$$\int_{T=T_0}^{T=T_u} \frac{dT}{(T - T_u)} = \int_0^t -\frac{k \times A}{m \times c_w} \times dt$$

$$\ln \frac{T - T_u}{T_0 - T_u} = -\frac{k \times A}{m \times c_w} \times t$$

$$e^{-\frac{k \times A}{m \times c_w} \times t} = \frac{T - T_u}{T_0 - T_u}$$

z. B. nach $t = 5 \text{ h}$ ergibt sich dann:

$$T = ((373 - 288) \times e^{-\frac{0,75 \times 3600 \times 5}{1,0 \times 4,19 \times 10^3}} + 288) \text{ K} = 291,4 \text{ K}$$

Nach ca. 8 h ist praktisch die Umgebungstemperatur $T_u = 288 \text{ K}$ erreicht.

Zeitliche Änderung der Entropie

1) mit der an die Atmosphäre übergehende Wärme wird auch Entropie abgeführt, so dass S_Q abnimmt:

$$dS_Q = -\frac{\dot{Q} dt}{T} = -m \times c_w \times dT/T \text{ und zwischen } t = 0 \text{ entsprechend}$$

$T = T_0$ und einer beliebigen Zeit t zu der die Wassertemperatur den Wert $T(t)$ hat, erhält man

$$S_Q(t) = S_Q(0) + m \times c_w \times \ln T(t)/T_0$$

2) Die Entropie der Umgebung S_u nimmt zu, weil ihr mit der zugeführten Wärme auch Entropie zugeführt wird.

Hierfür gilt:

$$dS_u = \frac{\dot{Q} dt}{T_u} = m \times c_w \times dT/T_u$$

Durch Integration ergibt dies:

$$S_u(t) = S_u(0) + m \times c_w \times \frac{T_0 - T(t)}{T_u}$$

Da $T(t) \leq T_0$ nimmt S_u mit fortschreitender Zeit monoton zu (siehe Bild 5).

Die Entropie des Gesamtsystems ist damit:

$$S(t) = S_u(t) + S_Q(t) = S_u(0) + S_Q(0) + m \times c_w \times \left(\frac{T_0 - T(t)}{T_u} - \ln \frac{T_0}{T(t)} \right)$$

Und die erzeugte Entropie nach $t = \text{ca. } 8 \text{ h}$:

$$S_{irr} = S(t) - S(0) = Q/T_u - Q/T_m = m \times c_w \times \left(\frac{T_0 - T(t)}{T_u} - \ln T_0/T(t) \right) = 0,153 \text{ kJ/K}$$

Schlussbemerkung

Wird ein Teil der zugeführten Exergie als Nutzarbeit genutzt $e_{\text{Nutz}} = e_{zu} - e_v = c(T - T_u) - T_u((s - s_u) + s_{irr})$, so ergibt sich ein exergetischer Wirkungsgrad von

$$\xi = e_{\text{Nutz}}/e_{zu} = 1 - e_v/e_{zu}$$

Im aufgeführten Beispiel der Abkühlung ohne Exergienutzung:

$$e_{\text{Nutz}} = e_{zu} - e_v = q \times \eta_c - T_u \times s_{irr} = 356,15 \times 0,124 - 288 \times 0,153 = 0$$

Jetzt schon die Termine der nächsten Ausgabe vormerken!

TAB Technik am Bau 3/2011 erscheint am: 02.03.2011

Anzeigenschlusstermin ist am: 14.02.2011

Nähere Informationen zu den geplanten Themen finden Sie unter www.bauverlag-media.de oder www.tab.de.

Ihre Ansprechpartner in der Anzeigenabteilung:

Herbert Walhorn, Tel.: 0 52 41/80-22 32, E-Mail: herbert.walhorn@bauverlag.de

Marion Jendretzki, Tel.: 0 52 41/80-79 17, E-Mail: marion.jendretzki@bauverlag.de